

# **Una nota sobre el costo promedio de capital**

(A Note on the Weighted Average Cost of Capital WACC)

Ignacio Vélez-Pareja  
Politécnico Grancolombiano  
Bogotá, Colombia  
[ivelez@poligran.edu.co](mailto:ivelez@poligran.edu.co)

Joseph Tham  
Project Associate at the Center for Business and Government,  
J. F. K. School of Government  
Harvard University.  
Ho Chi Ming City Vietnam  
[ThamJx@yahoo.com](mailto:ThamJx@yahoo.com)

Working Paper N 10  
First version: 2000-09-03  
This version: 2005-08-07

## **Resumen**

La mayoría de los libros de finanzas (Véase Benninga y Sarig, 1997, Brealey, Myers y Marcus, 1996, Copeland, Koller y Murrin, 1994, Damodaran, 1996, Gallagher y Andrew, 2000, Van Horne, 1998, Vélez, 1998, Weston, y Copeland, 1992) estipulan que el costo promedio de capital (CPC) se calcula como:

$$\text{CPC} = d(1-T)D\% + eP\%$$

Donde  $d$  es el costo de la deuda antes de impuestos,  $T$  es la tasa de impuestos,  $D\%$  es el porcentaje de la deuda sobre el valor total,  $e$  es el costo del patrimonio o fondos propios (*equity*) y  $P\%$  es el porcentaje del patrimonio sobre el valor total. Se dice, en forma muy poco destacada que los valores sobre los cuales se calculan  $D\%$  y  $P\%$  son los valores de mercado. Aunque se hace especial énfasis en los cálculos de  $d$  y de  $e$ , se dedica poco esfuerzo para determinar los valores de mercado. Además, hay otros aspectos que no se destacan lo suficiente: Valores de mercado, ubicación en el tiempo y ocurrencia de los pagos de impuestos, cambios en el costo promedio de capital y la circularidad en el cálculo del costo promedio de capital y el valor de la firma. El propósito de esta nota es tratar de aclarar estas ideas y enfatizar en otras que por lo general se pasan por alto.

Así mismo, se hacen algunas sugerencias para calcular el costo del capital propio.

## **Keywords**

Weighted Average Cost of Capital, WACC, firm valuation, capital budgeting, equity cost of capital, cost promedio de capital, valoración de empresas, presupuestación de capital, costo del capital propio o del patrimonio.

## **JEL codes**

D61: Cost-Benefit Analysis, G31: Capital Budgeting, H43: Project appraisal

## **Nota sobre el costo promedio de capital<sup>1</sup>**

*(Weighted Average Cost of Capital WACC)*

Ignacio Vélez Pareja

ivelez@poligran.edu.co

Politécnico Grancolombiano

Joseph Tham<sup>2</sup>

ThamJx@yahoo.com

Fullbright Economics Teaching Program (FETP)

Enero de 2001

La mayoría de los libros de finanzas (Véase Benninga y Sarig, 1997, Brealey, Myers y Marcus, 1996, Copeland, Koller y Murrin, 1994, Damodaran, 1996, Gallagher y Andrew, 2000, Van Horne, 1998, Vélez, 1998, Weston, y Copeland, 1992) estipulan que el costo promedio de capital (CPC) se calcula como:

$$\text{CPC} = d(1-T)D\% + eP\% \quad (1)^3$$

Donde  $d$  es el costo de la deuda antes de impuestos,  $T$  es la tasa de impuestos,  $D\%$  es el porcentaje de la deuda sobre el valor total,  $e$  es el costo del patrimonio o fondos propios (*equity*) y  $P\%$  es el porcentaje del patrimonio sobre el valor total. Se dice, en forma muy poco destacada que los valores sobre los cuales se calculan  $D\%$  y  $P\%$  son los valores de mercado. Se hace especial énfasis en los cálculos de  $d$  y de  $e$ . Sin embargo, hay varios aspectos que no se destacan lo suficiente:

1. Los valores de mercado hay que calcularlos período a período y son el valor presente calculado al CPC de todos los flujos futuros a partir del período para el cual se calcula el CPC.
2. Los valores de mercado a que se refieren  $D\%$  y  $P\%$  son los valores al comienzo del período. En adelante se usará la notación correspondiente.
3. Que  $d(1-T)$  implica que el pago de los impuestos coincide en el tiempo con la causación de los impuestos. (En algunas empresas esto sí ocurre, por ejemplo, en las empresas que prestan servicios y el cliente le hace una retención sobre el ingreso bruto o cuando las empresas se auto retienen).
4. Que por razón de 1. y 2. y por la inflación, el CPC puede cambiar período a período.
5. Que hay una circularidad en el cálculo del CPC. Para calcularlo se debe conocer el valor de la firma (o de sus componentes  $P$  y  $D$ ) y

---

<sup>1</sup> Esta nota hace parte de otro trabajo en preparación, por los autores.

<sup>2</sup> En la actualidad, el profesor Tham enseña en el Fulbright Economics Teaching Program (FETP) en Ho Chi Minh City, Vietnam.

<sup>3</sup> La derivación de esta fórmula se encuentra en el apéndice B.

para calcular el valor de la firma se debe conocer el CPC y el esquema o forma de financiación.

6. Que se obtiene la totalidad de los ahorros en impuestos en el mismo año en que se pagan los impuestos e intereses. O sea que la utilidad antes de impuestos es mayor o igual que los intereses.
7. Que no hay pérdidas amortizables de años anteriores.
8. Que (1) implica una definición de  $e$ , el costo del patrimonio, en este caso,

$$e_t = \rho_t + (\rho_t - d)(1-T)D\%_{t-1}/P\%_{t-1} \quad (2)^4$$

En esta expresión  $e_t$  es el costo del patrimonio con deuda,  $\rho_t$  es el costo del patrimonio sin deuda,  $d$  es el costo de la deuda,  $T$  es la tasa de impuestos,  $D\%_{t-1}$  es la proporción de la deuda sobre el valor de mercado total basada en el período anterior y  $P\%_{t-1}$  es la proporción del patrimonio sobre el valor de mercado total basada en el período anterior. Se puede demostrar que la ecuación 2 resulta del supuesto acerca de la tasa de descuento del ahorro en impuestos. En este caso, esa tasa es  $d$  y la expresión 2 es válida sólo para perpetuidades. Cuando se trabaja con un período de tiempo finito, la formulación de  $e$  cambia período a período (los autores están trabajando un manuscrito donde se demuestra esta afirmación, ver Vélez-Pareja y Tham 2001c). El supuesto detrás de  $d$  es que los ahorros en impuestos son un flujo de caja seguro, sin riesgo.

En esta nota se pretende aclarar estas ideas y hacer énfasis en lo que usualmente no se hace.

### ***La propuesta de Modigliani-Miller***

La idea fundamental es que el valor de una firma no depende de cómo se reparte entre los interesados (en particular, entre accionistas (patrimonio, *equity*) y acreedores (pasivos a favor de bancos, tenedores de bonos, etc.). Trate el lector de examinar esta idea de manera intuitiva y encontrará que es razonable. Por esta idea Franco Modigliani y Merton Miller (MM de aquí en adelante) ganaron el premio Nobel en economía. Ellos demostraron que en condiciones de mercado perfecto (información completa, sin impuestos, etc.) la estructura de capital no influía en el valor de la firma porque el accionista puede pedir o recibir prestado y de esa manera determinar la estructura óptima de capital. La estructura de capital indica cuánto hay de pasivos y cuánto de patrimonio en una firma.

Esto es,  $V^{CD}$  el valor de la firma endeudada es igual a  $V^{SD}$  el valor de la firma sin deuda.

$$V^{CD} = V^{SD} \quad (3)$$

---

<sup>4</sup> La derivación de esta fórmula se encuentra en el apéndice C. Esta formulación es válida para perpetuidades, pero es la que más se utiliza en textos y cursos de finanzas.

Y a su vez, el valor de la firma endeudada es igual a  $V^{\text{Patrimonio}}$  el valor del patrimonio más  $V^{\text{Deuda}}$  el valor de la deuda.

$$V^{\text{CD}} = V^{\text{Patrimonio}} + V^{\text{Deuda}} \quad (4)$$

¿Esto qué significa en términos del costo promedio de capital? Simplemente que si la firma tiene un determinado flujo de caja libre (FCL) el valor presente de ese flujo de caja (el valor total de la firma) no cambia porque la estructura de capital cambie. Si esto es así, implica que el CPC no cambia aunque la estructura de capital cambie. Esto ocurre si no existen impuestos. Para mantener la igualdad entre la firma con y sin deuda, (como se estableció arriba), la rentabilidad del patrimonio (cuando hay deuda) debe cambiar con el endeudamiento (suponiendo que el costo de la deuda es constante).

Una de las principales imperfecciones de un mercado son los impuestos. Cuando hay impuestos en la firma (sin considerar impuestos personales), la situación planteada por MM es diferente. Ante esta situación plantearon que en este caso el valor de la firma sí cambia. Esto ocurre porque cuando se pagan intereses, estos son deducibles y el estado subsidia a quien tiene deuda. Esto es lo que los economistas llaman una externalidad. El valor de este subsidio es de  $TdD$ , donde las variables son las que se definieron arriba.

Así las cosas, el valor de la firma se incrementa por el valor presente de los ahorros en impuestos (*tax shield*).

$$V^{\text{CD}} = V^{\text{SD}} + V^{\text{AI}} \quad (5)$$

Cuando una firma se endeuda también ocurren algunos costos contingentes u ocultos asociados al hecho de que la firma quede insolvente. Esto hace que exista un valor esperado o costos de quiebra que pueden reducir el valor de la firma. La existencia de estos costos de quiebra evita que, en general, las firmas se endeuden hasta el 100%. Uno de los aspectos importantes en este tema es la tasa de descuento que debe utilizarse en el descuento de los ahorros en impuestos. En esta nota afirmamos que la tasa de descuento correcta es  $\rho$  la rentabilidad del patrimonio cuando no hay deuda y que esta escogencia de  $\rho$  es la apropiada ya sea que la proporción de la deuda sea constante o variable durante la vida del proyecto.

En esta nota se estudiarán sólo los efectos de los impuestos en el CPC. Entonces se pueden presentar dos situaciones para el cálculo del CPC. Con impuestos y sin impuestos. En el primer caso, el CPC será

constante, no importa que las proporciones de la deuda y el patrimonio cambien. En este caso el CPC es constante. (Bajo el supuesto de una inflación constante). Cuando la inflación cambia, el CPC cambia, pero debido a la componente inflacionaria y no debido a la estructura de capital. Para esta situación se denomina al CPC el costo de los activos o de la firma,  $\rho$  que a su vez es la tasa del costo de patrimonio cuando no hay deuda. Esto es,

$$\rho_t = dD_{t-1}\% + eP_{t-1}\% \quad (6)$$

Este  $\rho$  se define como la rentabilidad del patrimonio cuando no hay deuda. El CPC se define como el promedio ponderado del costo de la deuda y el costo del patrimonio cuando hay deuda. En un mundo MM  $\rho$  es igual al CPC antes de impuestos. Cuando existen impuestos el cálculo del CPC cambiará teniendo en cuenta el ahorro en impuestos.

Si bien el costo de los activos o de la firma,  $\rho$ , permanece constante, el costo de los fondos propios o de los accionistas cambia dependiendo del nivel de endeudamiento. Aquí por simplicidad, suponemos que  $\rho$  es constante, pero este supuesto no es necesario. Si  $\rho$  cambia, entonces el CPC cambiará no solo por el cambio en el endeudamiento, sino por el cambio en  $\rho$ . En todo caso,  $e$  deberá cambiar para mantener a  $\rho$  constante o para hacerlo consistente con el  $\rho$  cambiante.

El costo del patrimonio es:

$$e_t = (\rho_t - d D_{t-1}) / P_{t-1} = \rho_t + (\rho_t - d) D_{t-1} / P_{t-1} \quad (7)$$

Esta ecuación ha sido propuesta por Harris and Pringle (1985) y es parte de su definición del CPC<sup>5</sup>. (ver Vélez-Pareja y Tham 2001c). Nótese la ausencia del factor  $(1-T)$ .

Como se mencionó arriba, se puede demostrar que la ecuación 7 depende de la suposición que se haga sobre la tasa de descuento de los ahorros en impuestos. En este caso, esta tasa es  $\rho$  y se puede demostrar también que la expresión para  $e$  no cambia para ningún período y es válida para cualquier  $n$ , incluida la perpetuidad<sup>6</sup>. El supuesto detrás de  $\rho$  como la tasa de descuento es que los ahorros en impuestos están completamente correlacionados con el FCL.

¿Cuáles la interpretación de la ecuación 7? Como  $\rho$  y  $d$  son constantes, vemos que el costo del patrimonio con deuda o apalancado es una función lineal de la relación deuda patrimonio. No nos debemos sorprender de esta relación entre  $e$ , el costo del patrimonio cuando hay

<sup>5</sup> Esta fue la propuesta original de M&M en su trabajo seminal de 1958, pero corregida en 1963.

<sup>6</sup> Vélez-Pareja y Tham, The Correct Derivation for the Cost of Equity in a MM World, April, 2001. Borrador en proceso.

deuda y la relación deuda patrimonio. Como el tenedor de deuda tiene prioridad al momento de reclamar su remuneración a partir del flujo de caja libre, comparado con el accionista, el riesgo de éste debe ser y es mayor, por lo tanto, el accionista exige o espera una rentabilidad mayor para compensar ese mayor riesgo. A mayor deuda, mayor es el riesgo del accionista.

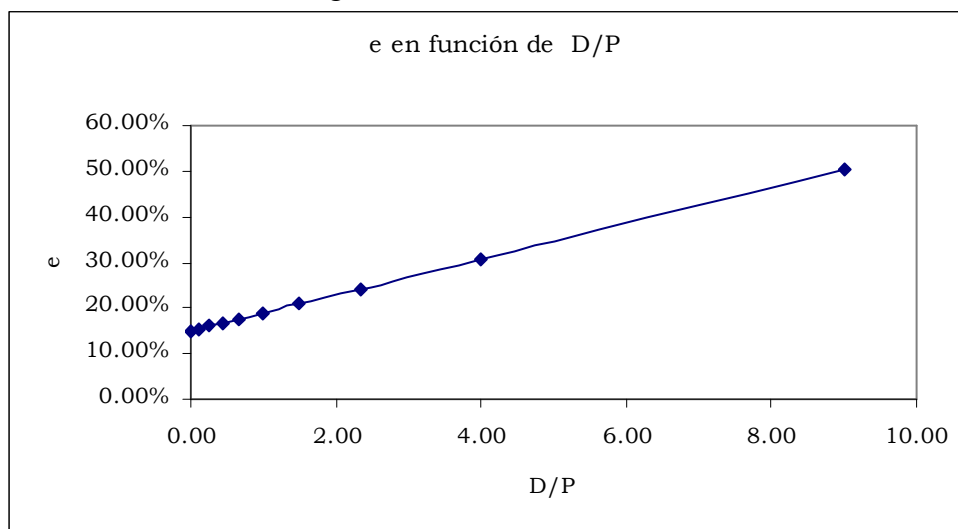
La ecuación 7 muestra la relación entre  $e$ , el costo del patrimonio cuando hay deuda y la relación deuda patrimonio. La siguiente tabla muestra la relación entre  $e$ , la deuda, el patrimonio y la relación deuda patrimonio.

Tabla 1: Relación entre  $D$ , el monto de la deuda, la relación deuda patrimonio, el patrimonio y  $e$  para  $\rho = 15,1\%$  y  $d=11,2\%$

Deuda, $D$	Patrimonio, $P$	$D/P$	$e$
0	1000	0,00	15,10%
100	900	0,11	15,53%
200	800	0,25	16,08%
300	700	0,43	16,77%
400	600	0,67	17,70%
500	500	1,00	19,00%
600	400	1,50	20,95%
700	300	2,33	24,20%
800	200	4,00	30,70%
900	100	9,00	50,20%

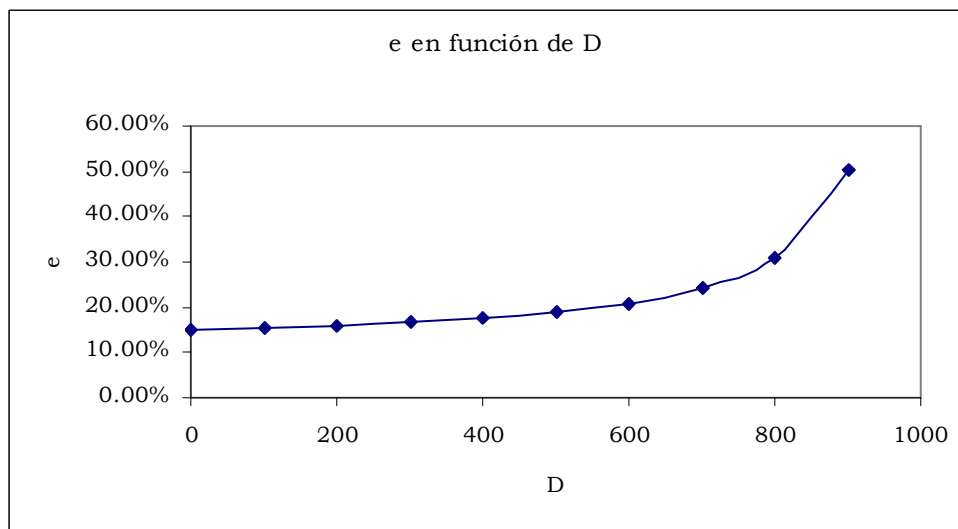
Si el monto de la deuda es \$100, la relación deuda patrimonio es 0,11 y  $e$  es 15,53%. Nótese que hay una relación lineal entre  $e$  y la relación deuda patrimonio.

Figura 1.  $e$  en función de  $D/P$



Si el monto de la deuda aumenta de 100 a 200,  $e$  aumenta en 0,43%, de 15,1% a 15,53%. Sin embargo, la relación entre  $e$ , y el monto de la deuda  $D$ , no es lineal (recuerde que  $P = \text{Valor Total} - D$ ). Si la deuda aumenta de 500 a 600,  $e$  aumenta en 1,95%, de 19% a 20,95%.

Figura 2.  $e$  en función de  $D$



Esta relación no es sólo una disquisición académica o matemática. Una forma de percibir el riesgo del accionista a medida que la firma se endeuda es estudiar la Ley 550 de diciembre 30 de 1999, denominada Intervención económica para la reactivación empresarial y acuerdos de reestructuración. Allí se ve con claridad los riesgos que asume el



empresario o accionista y los costos asociados a las situaciones de quiebra o reestructuración (antes conocidas como concordatos). Entonces el CPC después de impuestos se calculará como

$$CPC_t = d_t(1-T)D_{t-1}\% + e_tP_{t-1}\% = \rho - dTD\% \quad (8)$$

Los valores  $D\%$  y  $P\%$  deben ser calculados sobre el valor de la firma en cada periodo (al comienzo). Esta es la expresión conocida para el costo promedio de capital.

Basados en (8), se propone una nueva presentación para el CPC:

$$WACC \text{ Ajustado} = \rho - AI/VT \quad (9)$$

Donde AI significa los ahorros en impuestos y VT es el valor total de la firma con endeudamiento. Esto es, que  $dTD\%$  es lo mismo que  $dTD/VT$  y en general llamamos AI, ahorro en impuestos, a  $dDT$ . Sin embargo, debe aclararse que los ahorros en impuestos son iguales a  $dDT$  sólo cuando los impuestos y los intereses se pagan en el mismo año. La consideración implícita en (9) es que allí se consideran los ahorros en impuestos realmente obtenidos y en la fecha en que ocurren.

Esta nueva versión del CPC tiene la propiedad de ofrecer los mismos resultados que (8) y lo que es más importante, como AI son los ahorros en impuestos realmente obtenidos, tiene en cuenta la amortización de pérdidas (*losses carried forward LCF*), cuando ellas ocurren. Este problema se ha estudiado en dos trabajos en proceso por los autores. Ver Velez-Pareja y Tham (2001a y 2001b).

Si se trabaja con el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM) se puede establecer que hay una relación entre las betas de los componentes (deuda y patrimonio) de manera que

$$\beta_{t \text{ firma}} = \beta_{t \text{ deuda}} D_{t-1}\% + \beta_{t \text{ de la acción}} P_{t-1}\% \quad (10)$$

Si  $\beta_{t \text{ de la acción}}$ ,  $\beta_{t \text{ deuda}}$ ,  $D_{t-1}\%$  and  $E_{t-1}\%$  se conocen, entonces  $\rho$  se puede calcular como

$$\rho = R_f + \beta_{t \text{ firma}} (R_m - R_f) \quad (11)$$

Donde  $R_f$  es la tasa libre de riesgo y  $R_m$  es el rendimiento del mercado y  $(R_m - R_f)$  es la prima de riesgo del mercado. Y esto significa que  $\rho$  se puede calcular para cualquier período.

## **Cálculo de $e$ y $\rho$**

El secreto de todo este tema está en el cálculo de  $e$  o de  $\rho$ . Se puede conocer  $e$  para un período dado, por ejemplo, el período inicial y así calcular  $\rho$ . Por este motivo se presentan algunas alternativas de cálculo tanto para  $e$  como para  $\rho$ .

Para calcular  $e$  podemos apelar a varias alternativas:

### **Con el Capital Asset Pricing Model, CAPM.**

Este es el caso cuando una firma se encuentra inscrita en bolsa, se negocia con frecuencia y se cree que el CAPM funciona satisfactoriamente. Sin embargo, la pregunta es si ya se conoce el valor del patrimonio, porque se negocia en bolsa, no es necesario descontar sus flujos para calcular el valor.

### **Con el Capital Asset Pricing Model, CAPM ajustando las betas.**

Este es el caso cuando una firma no se encuentra inscrita en bolsa, si estando inscrita no se negocia con frecuencia y se cree que el CAPM funciona satisfactoriamente. Se elige una acción de una firma parecida (del mismo sector, del mismo tamaño, ojalá con el mismo nivel de endeudamiento) y se ajusta la beta por el endeudamiento que exista en la empresa seleccionada (proxy) y la empresa para la cual se desea calcular el  $e$ .

Ejemplo:

El ajuste de beta se hace con la siguiente expresión<sup>7</sup>

$$\beta_{anb} = \beta_{ab} \frac{\left[ 1 + \frac{D_{anb}}{P_{anb}} (1 - T) \right]}{\left[ 1 + \frac{D_{ab}}{P_{ab}} (1 - T) \right]} \quad (12)$$

Donde,  $\beta_{anb}$  es la beta de la acción no registrada en bolsa;  $\beta_{ab}$  es la beta de la acción registrada en bolsa;  $D_{anb}$  es la deuda de la acción no registrada en bolsa,  $P_{anb}$  es el patrimonio de la acción no registrada en bolsa;  $D_{ab}$  es la deuda de la acción registrada en bolsa,  $P_{ab}$  es el patrimonio de la acción registrada en bolsa.  $D$  y  $P$  son valores de mercado.

Por ejemplo, si se tiene una acción en bolsa con una  $\beta_{ab}$  de 1,3; con una deuda  $D_{ab}$  que vale 80,  $P_{ab}$  que vale 100, y se desea estimar la beta de una acción no registrada en bolsa con una deuda de  $D_{anb}$  70 y con un

---

<sup>7</sup> Basada en Robert S. Hamada, "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance", Journal of Finance, 24, (March, 1969), pp. 19-30.

patrimonio  $P_{anb}$  de 145 y una tasa de impuestos de 35%, entonces la beta de la acción no registrada en bolsa  $\beta_{anb}$  será de

$$\beta_{anb} = \beta_{ab} \frac{\left[1 + \frac{D_{anb}}{P_{anb}}(1-T)\right]}{\left[1 + \frac{D_{ab}}{P_{ab}}(1-T)\right]} = 1,3 \frac{\left[1 + \frac{70}{145}(1-35\%)\right]}{\left[1 + \frac{80}{100}(1-35\%)\right]} = 1,12$$

Aquí se debe aclarar que si bien se ha ilustrado numéricamente el uso de la fórmula, esto genera una circularidad, puesto que la firma que no está en bolsa no tiene su valor patrimonial de mercado disponible (calculado) sino que precisamente se va a calcular.

**De manera subjetiva indirecta**

Asistida por una metodología como la expuesta por Cotner y Fletcher, 2000 y aplicada al dueño de la firma. En esta metodología se busca medir de manera subjetiva el riesgo percibido por el dueño en determinadas condiciones de endeudamiento. Este riesgo se añade a la tasa libre de riesgo y el resultado sería un cálculo de  $e$ .

**De manera subjetiva directa,**

Preguntándole al propietario, para un nivel y costo de deuda dados, ¿cuál sería la tasa de rendimiento mínima para él?

**Con betas contables**

Calcularla con base en los valores contables (preferible que estos valores contables hayan sido ajustados por inflación o sus activos revaluados, lo cual puede acercarlos a su valor de mercado).

Un ejemplo. Supóngase que se tienen los datos de una firma no registrada en bolsa. Los impuestos son de  $T = 35\%$ .

Tabla 2. Información financiera de una firma hipotética

Año	Valor contable del patrimonio en millones $P$	Utilidades o dividendos repartidos en millones $D$	Rentabilidad $R_t$ $((D_t + P_t)/P_{t-1} - 1)$
1990	\$1,159	\$63	
1991	\$1,341	\$72	21,92%
1992	\$2,095	\$79	62,12%
1993	\$1,979	\$91	-1,19%
1994	\$3,481	\$104	81,15%
1995	\$4,046	\$126	19,85%
1996	\$3,456	\$176	-10,23%
1997	\$3,732	\$201	13,80%
1998	\$4,712	\$232	32,48%
1999	\$4,144	\$264	-6,45%
2000	\$5,950	\$270	50,10%

Tabla 3. Información macroeconómica adicional

Año	Tasa libre de riesgo antes de impuestos <sup>8</sup> $R_f$	IPC	Inflación $i_r$ $(IPC_t/IPC_{t-1})-1$	Tasa de interés real $i_r =$ $(1+R_f)/(1+i_f)-1$	Rentabilidad $e_t =$ $((D_t+P_t)/P_{t-1})-1$	Prima de riesgo de la firma $i_\theta = e_t - R_f (1-T)$
1990	36.3%	166.94				
1991	30.6%	211.72	26.8%	3.0%	21,92%	2,0%
1992	28.9%	264.94	25.1%	3.0%	62,12%	43,3%
1993	26.3%	324.84	22.6%	3.0%	-1,19%	-18,3%
1994	26.3%	398.24	22.6%	3.0%	81,15%	64,1%
1995	15.8%	475.76	19.5%	-3.1%	19,85%	9,6%
1996	16.3%	578.71	21.6%	-4.4%	-10,23%	-20,8%
1997	21.2%	681.06	17.7%	3.0%	13,80%	0,0%
1998	51.7%	794.80	16.7%	30.0%	32,48%	-1,1%
1999	16.4%	898.12	13.0%	3.0%	-6,45%	-17,1%
2000	12.9%	984.34	9.6%	3.0%	50,10%	41,7%
2001			Esperada 10%	Promedio 4.4%		Promedio 10,3%

Tasa libre de riesgo estimada para 2001:

$$R_{f\ 2001} = ((1+i_{f\ est.})(1+i_{r\ prom.}) - 1) \times (1-T) = ((1+10\%)(1+4.4\%) - 1) \times (1-0.35) = 9,61\%$$

$$\text{Costo del patrimonio} = R_{f\ 2001} + i_{\theta\ promedio} = 9,61\% + 10,30\% = 20,0\%$$

### ***Estimación de la prima de riesgo en forma subjetiva***

Calcule la prima de riesgo de Mercado como el promedio de  $(R_m - R_f)$ , donde  $R_m$  es la rentabilidad del Mercado basado en el índice la de la bolsa correspondiente y  $R_f$  es la tasa libre de riesgo, por ejemplo, la de los bonos del gobierno. Ahora, de manera subjetiva, el propietario podría estimar, en términos de riesgo, si prefiere mantenerse en su negocio actual o si prefiere liquidarlo e invertir el producido en un portafolio igual al de la canasta de acciones que conforman el índice de la bolsa. Si se prefiere mantenerse en el negocio actual, se puede concluir que la beta (el riesgo) del negocio actual es menor que 1, la beta del Mercado, y por lo tanto, el riesgo percibido es menor que la prima de riesgo del mercado,  $(R_m - R_f)$ . Esta es una cota superior para calcular la prima de riesgo del propietario. Esta cota superior se debe comparar con una prima de riesgo de cero, la prima de riesgo de la tasa libre de riesgo, la cual es el límite inferior del riesgo percibido por el propietario. Si el propietario prefiere comprar la canasta de acciones que componen el índice de la

<sup>8</sup> Esta información está basada en datos reales de los bonos libres de riesgo en Colombia.

bolsa, entonces se puede decir que el negocio actual es más riesgoso que el mercado. Entonces la beta del negocio deberá ser mayor que 1 y el riesgo percibido para el negocio actual deberá ser mayor que  $(R_m - R_f)$ .

En el primer caso el propietario puede ser confrontado con diferentes combinaciones –de 0% a 100%– de la canasta de acciones del índice y la inversión libre de riesgo. Y el negocio actual. Después de varios intentos el propietario encontrará una combinación que lo haga indiferente entre esa combinación y el negocio actual. El riesgo percibido podría ser calculado como un promedio ponderado, o simplemente como la prima de riesgo del mercado,  $(R_m - R_f)$  multiplicada por la proporción de la canasta de acciones que se aceptó. De hecho, lo que se ha calculado aquí es la beta del negocio, de manera subjetiva.

En el segundo caso se debe escoger la beta más alta del Mercado. (Las bolsa o alguna institución gubernamental usualmente calculan estas betas. En Colombia las betas de cada acción las calcula Superintendencia de Valores, similar a la *US Securities and Exchange Commission*, SEC de los Estados Unidos). Esta beta deberá utilizarse para multiplicar la prima de riesgo del Mercado  $(R_m - R_f)$ , y el resultado sería un cálculo de la prima de riesgo de la acción más riesgosa del mercado. Este podría ser un límite o cota superior para el riesgo percibido por el propietario. En el caso de que este riesgo, (el de la acción) llegara a ser menor que el percibido por el propietario, se debería considerar como un límite inferior. En el caso en que la acción más riesgosa sea considerada más riesgosa que el negocio, entonces el límite inferior es la prima de riesgo del mercado,  $(R_m - R_f)$ . En este segundo caso, el propietario podría ser confrontado con diferentes combinaciones –de 0% a 100%– de la canasta de acciones del índice y la acción más riesgosa del mercado. Después de varios intentos, el propietario encontrará la combinación que lo hace indiferente con su negocio actual. El riesgo percibido se puede calcular también como un promedio ponderado. Esto es, la prima de riesgo del mercado,  $(R_m - R_f)$  multiplicada por la proporción aceptada de la canasta del índice de acciones más la prima de riesgo de la acción más riesgosa (su beta multiplicada por la prima de riesgo del mercado,  $(R_m - R_f)$  multiplicada por la proporción aceptada de esa acción).

En ambos casos el resultado sería un cálculo estimado de la prima de riesgo del negocio actual. Esta prima de riesgo se puede añadir a la tasa libre de riesgo (usando el teorema de Fisher), y el resultado sería un cálculo estimado de  $e$ .

Si se conoce ese  $e$  y las razones  $D\%$  y  $P\%$ , entonces se puede calcular  $p$  con (6). Como se necesitan los valores de mercado, que deben calcularse con los flujos futuros y el WACC, se produce una circularidad, pero es posible resolverla con Excel.

Para calcular  $\rho$  también podemos utilizar varias alternativas y hacer un cálculo de  $\rho$  de manera directa. Se puede proceder de una de las siguientes maneras:

### ***Utilizando el modelo CAPM***

Utilizando el CAPM y calculando el costo del capital cuando hay endeudamiento, e, y “desendeudarlo” o “desapalancarlo”. Esto se hace desapalancando el coeficiente beta correspondiente y utilizando la idea básica estipulada en la ecuación (12).

### ***Cálculo subjetivo de $\rho$***

Como el costo promedio de capital antes de impuestos ( $\rho$ ) es constante e independiente de la estructura de capital de la firma, se podría pedir un cálculo subjetivo de la tasa que espera ganar el dueño, suponiendo que no hay endeudamiento. Una pista para este valor de  $\rho$  podría hallarse investigando cuánto se espera ganar esa persona en la compra de un papel de bolsa con cero riesgo, en el mercado secundario y a este valor añadirle una prima de riesgo subjetiva.

### ***Apreciaciones subjetivas del riesgo de la firma***

El  $\rho$  se puede calcular también por medio de apreciaciones subjetivas *del riesgo de la firma* y este riesgo añadirlo (usando el teorema de Fisher) a la tasa libre de riesgo (Cotner y Fletcher, 2000 presentan una metodología para calcular el riesgo en una firma que no está en bolsa.<sup>9</sup>). Esta metodología se aplicaría al gerente y funcionarios de la firma. Esto sería el cálculo de la prima de riesgo de la firma. Esta componente de riesgo se añade a la tasa libre de riesgo y el resultado es el  $\rho$  calculado en forma subjetiva. Una guía para el uso de esta metodología es la de establecer cotas mínimas y máximas al CPC resultante. La cota mínima es el costo de la deuda antes de impuestos. La cota máxima podría ser el costo de oportunidad de los dueños, si este es perceptible (ya sea porque se ha preguntado o porque se ha identificado a través de las inversiones (otras inversiones) que hace el dueño de la firma).

Este valor corresponde al  $\rho$  de la firma en su situación actual de endeudamiento. Debe recordarse que este  $\rho$ , según la posición de MM es constante e independiente de la estructura de capital de la firma.

Este  $\rho$  se identifica en otros textos como  $K_A$  costo de los activos o de la firma (por ejemplo, Ruback, 2000) o  $K_u$  costo de los fondos propios

---

<sup>9</sup> En realidad en el artículo los autores dicen que la metodología es para definir el riesgo del costo de capital, dice al final que es para definir el riesgo del patrimonio (*equity*). El desarrollo del artículo permite deducir que se trata de definir el riesgo de la firma, de manera que al añadirlo a la tasa libre de riesgo se puede tener un cálculo del costo de capital de la firma antes de impuestos. Este sería  $\rho$ .

cuando la firma no tiene endeudamiento (por ejemplo, Fernández, 1999a y 1999b).

### ***Un ejemplo de cálculo del CPC y del valor de la firma***

En este ejemplo se supone que  $\rho$  es la tasa correcta de descuento para los ahorros en impuestos. Con el propósito de ilustrar la diferencia, en el anexo se muestra el mismo ejemplo bajo el supuesto que  $d$  es la tasa de descuento correcta para los ahorros en impuestos.

Supóngase que se tiene una firma con la siguiente información:

Costo de la deuda 11,2%  
Costo promedio de capital antes de impuestos,  $\rho$  15,10%  
Tasa de impuestos 35%

La información sobre inversión, flujo de caja libre y saldos de la deuda y aporte inicial de los socios es

Tabla 4. Flujo de caja libre e inversión inicial

Año	0	1	2	3	4
Flujo de caja libre FCL <sup>10</sup>		170.625,00	195.750,00	220.875,00	253.399,45
Saldo de la deuda al final del periodo D	375.000,00	243.750,00	75.000,00	37.500,00	
Aporte de los socios P	125.000,00				
Valor inicial de la inversión	500.000,00				

El cálculo del costo de la deuda se hace estimando la participación de la deuda en el valor total y su contribución al CPC, después de impuestos. Como primer paso, no sumaremos los componentes del CPC para hallar su valor y calcularemos el valor de la firma con el CPC igual a 0. Construiremos cada tabla, paso a paso, suponiendo que el CPC es cero. Se debe recordar que  $D_{t-1}\% = D/VT_{t-1}$ .

Tabla 5. Cálculo del CPC. Contribución de la deuda al CPC.

Año	0	1	2	3	4
Deuda					
Peso relativo de la deuda D% (Valor de la deuda)/Valor de la firma en t-1)	44,61%	36,38%	15,81%	14,80%	
Costo de la deuda después de impuestos $d(1-T)$		7,28%	7,28%	7,28%	7,28%
Contribución de la deuda al costo de capital $D\%d(1-T)$		3,25%	2,65%	1,15%	1,08%

<sup>10</sup> En el flujo del año 4 se supone que hay un valor terminal que recoge todo el valor agregado por la firma a partir del año 5 hasta el infinito. Este es un tema de suma importancia para la valoración de empresas ya que la experiencia indica que más del 50% del valor de la firma se debe a ese valor terminal. No se trata en esta nota debido a que el tema es complejo y el propósito de nuestro texto es estudiar la forma de involucrar los valores de mercado en el cálculo del costo promedio de capital. Los interesados pueden consultar una nota al respecto de Vélez-Pareja y Tham, 2001d.

De igual manera se estima la contribución del patrimonio al valor del CPC.

Tabla 6. Cálculo del CPC. Contribución del patrimonio al CPC.

Año	0	1	2	3	4
Patrimonio ( <i>equity</i> )					
Peso relativo del patrimonio $P\% = (1-D\%)$	55,39%	63,62%	84,19%	85,20%	
$(p_t - d D\%_{t-1})/P\%_{t-1}$		18,24%	17,33%	15,83%	15,78%
Contribución del patrimonio al costo de capital $P\%_{xe}$		10,10%	11,03%	13,33%	13,44%

Hecho esto, nuestra tabla para el CPC y el Valor total se verá así:

Tabla 7. Cálculo del CPC

Año	0	1	2	3	4
CPC (WACC) después de impuestos (Contribución de la deuda + contribución del patrimonio)					
Valor de la firma en t-1 VT a CPC = 0	840.649,45	670.024,45	474.274,45	253.399,45	

Ejemplo: Valor de la firma en final del periodo 3 es

$$253.399,45/(1+CPC_4) = 253.399,45/(1+0\%) = 253.399,45$$

Para el periodo 2 será

$$(253.399,45 + 220.875,00)/(1+CPC_3) = (253.399,45 + 220.875,00)/(1+0\%) = 474.274,45$$

y así para los demás años.

Se recomienda que la última operación aritmética que se haga sea la suma de la contribución de la deuda y el patrimonio al CPC. En este momento de recomienda configurar la hoja de cálculo para que resuelva la circularidad. Para ello se debe proceder de la siguiente manera:

1. Escoja la opción *Herramientas* en el menú textual de Excel.
2. Allí escoja *Opciones*
3. Seleccione la pestaña *Calcular*.
4. En ese cuadro de diálogo se señala *Iteración* y haga clic en *Aceptar*.

Este procedimiento se puede llevar a cabo antes de iniciar el trabajo en la hoja de cálculo o cuando Excel declare que hay una circularidad. Después de que estas instrucciones se han llevado a cabo, entonces el CPC se puede calcular como la suma de la contribución de la deuda y el patrimonio al CPC.



Ahora ya se puede formular el CPC como la suma de las dos componentes del CPC: la contribución de la deuda y el patrimonio. Cuando el CPC se calcula así, entonces la Tabla 5 aparece como,

Tabla 8. Cálculo del CPC. Contribución de la deuda al CPC (final).

Año	0	1	2	3	4
Deuda					
Peso relativo de la deuda $D\%$ (Valor de la deuda)/Valor de la firma en $t-1$ )	61,68%	47,38%	19,39%	16,94%	
Costo de la deuda después de impuestos $d(1-T)$		7,28%	7,28%	7,28%	7,28%
Contribución de la deuda al costo de capital $D\%d(1-T)$		4,49%	3,45%	1,41%	1,23%

El mismo procedimiento se utiliza para calcular la contribución del patrimonio al CPC.

Tabla 9. Cálculo del CPC. Contribución del patrimonio al CPC (final).

Año	0	1	2	3	4
Patrimonio ( <i>equity</i> )					
Peso relativo del patrimonio $P\% = (1-D\%)$	38,32%	52,62%	80,61%	83,06%	
$(p_t - d D\%_{t-1}) / P\%_{t-1}$		21,38%	18,61%	16,04%	15,90%
Contribución del patrimonio al costo de capital $P\%e$		8,19%	9,79%	12,93%	13,20%

Obsérvese que el costo de los fondos propios –e- es mayor que el costo de  $p$ . Esto es de esperarse porque  $p$  es, como ya se dijo, como el costo del accionista o dueño como si no hubiera deuda<sup>11</sup>. Al haber deuda –cálculo de e- necesariamente e termina siendo mayor que  $p$ , debido al endeudamiento. Con estos valores se puede calcular el valor de la firma en cada período.

Si el  $e_1$  se conociera, tal y como se dijo arriba, entonces el valor de  $p$  se calcula con (6). Excel resuelve la circularidad que allí se presenta y se producen exactamente los mismos valores.

Tabla 10. Cálculo del CPC (final)

Año	0	1	2	3	4
CPC (WACC) después de impuestos (Contribución de la deuda + contribución del patrimonio)		12,7%	13,2%	14,3%	14,4%
Valor de la firma en $t-1$ VT a CPC	607.978,04	514.457,73	386.835,85	221.433,06	

<sup>11</sup> Como MM dicen que el  $p$  es constante independientemente de la estructura de capital, también será igual a  $p$  cuando la deuda sea cero. Este  $p$  es el CPC antes de impuestos, que es la condición para la cual es válida la primera proposición de MM.

Obsérvese que el cálculo de CPC resulta en un valor más bajo que  $\rho$ . El CPC es después de impuestos. Ejemplo: Valor de la firma en final del período 3 es

$$253.399,45/(1+CPC_4) = 253.399,45/(1+14,4\%) = 221.433,06.$$

Para el período 2 será

$$(221.433,06 + 220.875,00)/(1+CPC_3) = (221.433,06 + 220.875,00)/(1+14,3\%) = 386.835,85$$

y así para los demás años.

Hay que ser consciente de que los valores 14,4% y 14,3%, etcétera, no están calculados desde el comienzo porque dependen del valor de la firma que se va a calcular. En este caso en la hoja de cálculo se crea una circularidad. Esta se resuelve permitiendo que la hoja de cálculo haga las suficientes iteraciones, para que el cálculo quede bien hecho.

Con los valores del CPC para cada período se calcula ahora el valor presente del flujo y el valor presente neto VPN.

Tabla 11. Cálculo del VPN

Año	0	1	2	3	4
Valor presente del flujo	607.978,04	151.421,50	153.403,90	151.385,08	151.767,56
VPN	107.978,04				

Por ejemplo, el valor presente del flujo en el año 4 es

$$253.399,45/((1+CPC_4)(1+CPC_3)(1+CPC_2)(1+CPC_1))$$

$$253.399,45/((1+14,4\%)(1+14,3\%)(1+13,2\%)(1+12,7\%)) = 151.767,56$$

Ahora se suman todos los valores presentes de los flujos y se obtiene el valor presente total. Si la inversión inicial es 500.000, entonces el VPN es 107.978,04.

Usando el enfoque de MM sobre el caso con impuestos se puede llegar al mismo resultado calculando el valor presente del flujo de caja libre bajo el supuesto de no financiación y descontarlo a la tasa de la firma,  $\rho$ , o lo que es lo mismo, al CPC antes de impuestos y sumarle el valor presente de los ahorros descontados a la misma tasa. Esto también fue planteado por Myers en 1974 y se conoce como el Adjusted Present Value APV o Valor presente ajustado VPNA. Todos los textos de finanzas enseñan que la tasa de descuento debe ser la del costo de la deuda. Sin embargo, los ahorros en impuestos dependen de si la firma produce o no utilidades. Por lo tanto el riesgo asociado es el mismo que el de la firma y no el de la deuda o sea,  $\rho$ . Por esta razón se descuentan a la tasa  $\rho$ . De esta manera

el valor presente calculado con el flujo de caja libre a la tasa del CPC después de impuestos coincide con el valor presente con el flujo de caja sin deuda calculado con  $\rho$  y sumado al valor presente de los ahorros en impuestos calculado a  $\rho$ .

El uso de la tasa  $\rho$  para descontar los ahorros en impuestos ha sido propuesto por Tham, 1999, Tham, 2000 y Ruback, 2000. Tham propone añadir al valor total de la firma sin deuda (el valor presente del FCL a  $\rho$ ) el valor presente de los ahorros en impuestos calculados a  $\rho$ . Ruback propone el Capital Cash Flow y lo descuenta a  $\rho$ . El CCF es simplemente el FCL más los ahorros en impuestos, de manera que

$$\text{CCF} = \text{FCL} + \text{Ahorro en impuestos} \quad (6) \quad (11)$$

$$\text{VP}(\text{FCL a CPC después de impuestos})$$

$$= \text{VP}(\text{FCL sin deuda a } \rho) + \text{VP}(\text{Ahorros en impuestos a } \rho) \quad (12)$$

$$= \text{VP}(\text{CCF a } \rho)$$

Tabla 12. Cálculo del valor y del VPA (APV) con  $\rho$

Año	0	1	2	3	4
Pagos de interés		42.000,00	27.300,00	8.400,00	4.200,00
Ahorros en impuestos AI (Tax shield) $T_x I$		14.700,00	9.555,00	2.940,00	1.470,00
Capital Cash Flow (CCF) = FCL + Ahorros en impuestos		185.325,00	205.305,00	223.815,00	254.869,45
$\rho$		15,10%	15,10%	15,10%	15,10%
VP de CCF a $\rho$		607.978,04			
VPN ajustado (APV)					
VP(FCL a $\rho$ )	585.228,51				
VP(AI a $\rho$ )	22.749,53				
VP(FCL a $\rho$ ) + VP(AI a $\rho$ )	607.978,04				
VPNA	107.978,04				

Obsérvese que con tres métodos diferentes se ha llegado al mismo valor total de la firma, como debe ser.

Desde el punto de vista de valoración de la firma, su valor se calcula con el valor presente del flujo de caja libre menos la deuda en 0. Este valor se puede calcular también con el flujo de caja del accionista, igual a

$$\text{FCA} = \text{FCL} + \text{AI} - \text{Flujo de caja de la deuda antes de impuestos FCD} \quad (13)$$

Tabla 13. Cálculo del valor del patrimonio con el FCA

Año	0	1	2	3	4
FCA		12.075,00	9.255,00	177.915,00	213.169,45
VP de los FCA		9.948,31	6.428,52	106.499,41	110.101,80
VP(FCA a e)	232.978,04				

Cuando se calcula el valor presente del FCA a la tasa e, se obtiene el mismo valor de la firma. Esto es,  $607.978,04 - 375.000 = 232.978,04$ . Esto significa que la tasa de descuento adecuada para descontar el flujo de caja del accionista es e, y su valor descontado es coherente con el valor calculado por medio del FCL.

En la tabla 13 se calculó el valor de mercado del patrimonio utilizando los valores de mercado arriba calculados. Sin embargo, esto no hace al método independiente. Para calcular el valor del patrimonio de manera independiente, se usa el mismo procedimiento de arriba (con circularidad) pero sólo aplicado al cálculo de e. La tabla inicial iniciando con e igual a cero es

Tabla 14. Tabla inicial para calcular el valor de mercado de patrimonio

FCA					
Flujo de caja libre FCL		170.625,00	195.750,00	220.875,00	253.399,45
Pagos de interés		42.000,00	27.300,00	8.400,00	4.200,00
Pago de capital (saldo anterior - saldo actual)		131.250,00	168.750,00	37.500,00	37.500,00
FCD		173.250,00	196.050,00	45.900,00	41.700,00
Ahorros en impuestos AI (Tax shield)		14.700,00	9.555,00	2.940,00	1.470,00
FCA = FCL + AI - FCD		12.075,00	9.255,00	177.915,00	213.169,45
Peso relativo de la deuda D%	47,6%	37,8%	16,1%	15,0%	
Peso relativo del patrimonio P%	52,4%	62,2%	83,9%	85,0%	
e					
Valor de la deuda	375.000,00	243.750,00	75.000,00	37.500,00	-
Valor del patrimonio	412.414,45	400.339,45	391.084,45	213.169,45	
Valor total	787.414,45	644.089,45	466.084,45	250.669,45	-

La tabla final de este cálculo es la siguiente:

Tabla 15. Cálculo independiente del valor del patrimonio con el FCA

FCA					
Flujo de caja libre FCL		170.625,00	195.750,00	220.875,00	253.399,45
Pagos de interés		42.000,00	27.300,00	8.400,00	4.200,00
Pago de capital (saldo anterior - saldo actual)		131.250,00	168.750,00	37.500,00	37.500,00
FCD		173.250,00	196.050,00	45.900,00	41.700,00
Ahorros en impuestos AI (Tax shield)		14.700,00	9.555,00	2.940,00	1.470,00
FCA = FCL + AI - FCD		12.075,00	9.255,00	177.915,00	213.169,45
Peso relativo de la deuda D%	61,7%	47,4%	19,4%	16,9%	
Peso relativo del patrimonio P%	38,3%	52,6%	80,6%	83,1%	
e		21,4%	18,6%	16,0%	15,9%
Valor de la deuda	375.000,00	243.750,00	75.000,00	37.500,00	-
Valor del patrimonio	232.966,72	270.700,01	311.831,45	183.931,38	
Valor total	607.966,72	514.450,01	386.831,45	221.431,38	-

Obsérvese que trabajando de manera independiente se obtiene tanto el mismo valor del patrimonio, como el valor total y el mismo valor de e.

En resumen, las diferentes metodologías presentadas para calcular el valor total y el del patrimonio son:<sup>12</sup>:

Valor total de la firma  $VT = VP(\text{FCL a CPC})$

Valor total de la firma  $VT = VP(\text{FCL a } \rho) + VP(\text{AI a } \rho)$

Valor total de la firma  $VT = VP(\text{CCF a } \rho)$ .

Valor de mercado del patrimonio  $P_{vm} = VT - D$

Valor de mercado del patrimonio  $P_{vm} = VP(\text{FCA a } e)$ .

Todos estos cálculos deben coincidir.

En este ejemplo,

<sup>12</sup> Existen otras metodologías pero no coinciden entre sí. Ver Taggart, 1991

Tabla 14 Una comparación de los valores calculados con diferentes formas

Método	Valor Total	Valor del Patrimonio = Valor Total - Deuda
VP(FCL a $CPC_t$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCL a $\rho$ ) + VP(Ahorros en impuestos a $\rho$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCL+AI a $\rho$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCA a $e$ )		232.978,04

El valor del patrimonio es el precio en que los dueños venderían su participación en la firma y es mayor que la inversión inicial de 125.000.

### Conclusiones

El mal uso que se hace del CPC (WACC) se debe a varias posibles razones. Tradicionalmente no se ha contado con las herramientas de cálculo necesarias para resolver el problema de la circularidad en el cálculo del CPC. Esto se ha logrado con el advenimiento de las hojas de cálculo. Al no contar con esos recursos en años anteriores se recurría a simplificaciones como la de utilizar una sola tasa de descuento o en el mejor de los casos utilizar los valores en libros para el cálculo del CPC.

Aquí se ha presentado una manera de calcular el CPC teniendo en cuenta los valores de mercado de la firma para la ponderación del CPC. Así mismo, se muestra la disponibilidad de una metodología basada en un CPC antes de impuestos constante (bajo el supuesto de condiciones económicas estables, esto es inflación, etc.) que no depende de la estructura de capital.

El aspecto más difícil es la determinación de  $\rho$ . O en su defecto, el cálculo de  $e$ . En esta nota se sugieren formas de calcularlo. En el caso de poder disponer de  $\rho$  desde el comienzo, se puede calcular el valor de la firma y del patrimonio sin tener en cuenta la estructura de capital.

El resumen de las formas de cálculo del valor total de la firma aquí presentadas es<sup>13</sup>:

Tabla 15. Resumen

Método	Valor	Valor del patrimonio
VP(FCL a $WACC_{d.i.}$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCL a $\rho$ ) + VP(ahorro en impuesto a $\rho$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCL+AI a $\rho$ )	607.978,04	232.978,04
VP(FCA a $e$ )		232.978,04

<sup>13</sup> Hay otras formas de calcular el valor de la firma pero no hay consistencia entre ellas. Véase TAGGART, JR, ROBERT A., 1991, *Consistent Valuation Cost of Capital Expressions With Corporate and Personal Taxes*, Financial Management, Autumn, pp. 8-20. Se sugiere al lector repetir el ejemplo de esta nota con la forma tradicional de calcular  $e$  ( $e_t = \rho_t + (\rho_t - d)(1-T)D_{t-1}/P_{t-1}$ ) y verificar la consistencia entre los resultados.

El valor del patrimonio es el precio por el cual los dueños venderían su participación en la firma y éste es más alto que el aporte inicial de patrimonio, 125,000.

### **Referencias bibliográficas**

- BENNINGA, SIMON Z. Y ODED H. SARIG, 1997, *Corporate Finance. A Valuation Approach*, McGRAW-Hill
- BREALEY, RICHARD A., STEWART C. MYERS Y ALAN J. MARCUS, 1995, *Fundamentals of Corporate Finance*, McGraw-Hill. Hay traducción al español: *Fundamentos de finanzas corporativas*, McGraw-Hill, 1996
- COPELAND, THOMAS E., T. KOLLER Y J. MURRIN, 1995, *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, 2nd Edition, John Wiley & Sons.
- COTNER JOHN S. Y HAROLD D. FLETCHER, 2000, Computing the Cost of Capital for Privately Held Firms, *American Business Review*, Vol 18, Issue 2, pp. 27-33
- DAMODARAN, ASWATH, 1996, *Investment Valuation*, John Wiley.
- FERNÁNDEZ, PABLO, 1999a, *Equivalence of the Different Discounted Cash Flow Valuation Methods. Different Alternatives For Determining The Discounted Value of Tax Shields and their Implications for the Valuation*, Working Paper, Social Science Research Network.
- \_\_\_\_\_, 1999b, *Valoración de empresas*, Gestión 2000.
- GALLAGHER, TIMOTHY J. Y JOSEPH D. ANDREW, JR., 2000, *Financial Management* 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall.
- HAMADA, ROBERT S. 1969, "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance", *Journal of Finance*, 24, (March), pp. 19-30. Citado por Van Horne, 1998.
- HARRIS, R.S. AND J.J. PRINGLE, 1985, "Risk-Adjusted Discount Rates – Extensions from the Average-Risk Case", *Journal of Financial Research*, Fall, pp 237-244.
- MODIGLIANI, FRANCO Y MERTON H. MILLER, 1963, Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, *The American Economic Review*. Vol LIII, pp 433-443.
- \_\_\_\_\_, 1958, The Cost of Capital, Corporation Taxes and the Theory of Investment, *The American Economic Review*. Vol XLVIII, pp 261-297
- MYERS. STEWART C, 1974, "Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions: Implications for Capital Budgeting", *Journal of Finance*, 29, Marzo, pp 1-25.
- RUBACK, RICHARD S., 2000, *Capital Cash Flows: A Simple Approach to Valuing Risky Cash Flows*, Working Paper, Social Science Research Network.
- TAGGART, JR, ROBERT A., 1991, *Consistent Valuation Cost of Capital*

- Expressions With Corporate and Personal Taxes*, Financial Management, Autumn, pp. 8-20.
- THAM, JOSEPH, 1999, *Present Value of the Tax Shield in Project Appraisal*, Harvard Institute for International Development (HIID), Development Discussion Paper #695. También en Social Science Research Network.
- THAM, JOSEPH, 2000, *Practical Equity Valuation: A Simple Approach*, Working Paper, Social Science Research Network.
- VAN HORNE, J.C. 1998, *Financial Management and Policy*, 11th Ed., Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- VÉLEZ PAREJA, IGNACIO, 2001, *Decisiones de inversión. Enfocado a la valoración de empresas*, CEJA. Disponible en línea en [http://www.javeriana.edu.co/decisiones/libro\\_on\\_line](http://www.javeriana.edu.co/decisiones/libro_on_line)
- VELEZ-PAREJA, IGNACIO Y JOSEPH THAM, 2001a, *A New WACC with Losses Carried Forward for Firm Valuation*. Presentado a la 8ª Conferencia Anual, Multinational Finance Society, June 23-27, 2001 in Garda, Verona, Italy.
- \_\_\_\_\_ Y JOSEPH THAM, 2001b, *Firm Valuation: Free Cash Flow or Cash Flow to Equity?* (manuscrito en proceso).
- \_\_\_\_\_ Y JOSEPH THAM, 2001c, *The Correct Derivation for the Cost of Equity in a MM World*, April,. Borrador en proceso.
- \_\_\_\_\_ Y JOSEPH THAM, 2001d, *Una nota sobre el cálculo del valor terminal*, manuscrito.
- WESTON, J. FRED Y T.E. COPELAND, 1992, *Managerial Finance*, 9<sup>th</sup> ed. The Dryden Press. Hay versión en español: *Finanzas en administración*, McGraw-Hill, 1995



## Apéndice A

### Un ejemplo de cálculo del CPC y del valor de la firma

Este ejemplo está elaborado utilizando la formulación tradicional que supone que la tasa de descuento para los ahorros en impuestos es  $d$ .

Supóngase que se tiene una firma con la siguiente información:

Costo de la deuda	11,2%
Costo promedio de capital antes de impuestos, $\rho$	15,10%
Tasa de impuestos	35%

La información sobre inversión, flujo de caja libre y saldos de la deuda y aporte inicial de los socios es

Tabla A1. Flujo de caja libre e inversión inicial

Año	0	1	2	3	4
Flujo de caja libre FCL		170.625,00	195.750,00	220.875,00	253.399,45
Saldo de la deuda al final del periodo $D$	375.000,00	243.750,00	75.000,00	37.500,00	
Aporte de los socios $P$	125.000,00				
Valor inicial de la inversión	500.000,00				

El cálculo del costo de la deuda se hace estimando la participación de la deuda en el valor total y su contribución al CPC, después de impuestos.

Tabla A2. Cálculo del CPC. Contribución de la deuda al CPC.

Año	0	1	2	3	4
Deuda					
Peso relativo de la deuda $D\%$ (Valor de la deuda)/Valor de la firma en $t-1$ )	61,37%	47,04%	19,33%	16,91%	
Costo de la deuda después de impuestos $d(1-T)$		7,28%	7,28%	7,28%	7,28%
Contribución de la deuda al costo de capital $D\%d(1-T)$		4,47%	3,42%	1,41%	1,23%

De igual manera se estima la contribución del patrimonio al valor del CPC.

Tabla A3. Cálculo del CPC. Contribución del patrimonio al CPC.

Año	0	1	2	3	4
Patrimonio ( <i>equity</i> )					
Peso relativo del patrimonio $P\% = (1-D\%)$	38,63%	52,96%	80,67%	83,09%	
$(\rho_t - d D_{t-1}) / P_{t-1}$		21,38%	17,40%	15,75%	15,65%
Contribución del patrimonio al costo de capital $P\%e$		8,26%	9,22%	12,70%	13,01%

Obsérvese que el costo de los fondos propios – $e$ – es mayor que el costo de  $\rho$ . Esto es de esperarse porque  $\rho$  es, como ya se dijo, como el costo del

accionista o dueño como si no hubiera deuda<sup>14</sup>. Al haber deuda –cálculo de  $e$ - necesariamente  $e$  termina siendo mayor que  $\rho$ , debido al endeudamiento. Con estos valores se puede calcular el valor de la firma en cada período.

Si el  $e_1$  se conociera, tal y como se dijo arriba, entonces el valor de  $\rho$  se calcula con (6). Excel resuelve la circularidad que allí se presenta y se producen exactamente los mismos valores.

Tabla A4. Cálculo del CPC

Año	0	1	2	3	4
CPC (WACC) después de impuestos (Contribución de la deuda + contribución del patrimonio)		12,7%	12,6%	14,1%	14,2%
Valor de la firma	611.056,56	518.200,45	387.957,75	221.818,63	

Obsérvese que el cálculo de CPC resulta en un valor más bajo que  $\rho$ . El CPC es después de impuestos. Ejemplo: Valor de la firma en final del período 3 es

$$253.399,45/(1+CPC_4) = 253.399,45/(1+14,2\%) = 221.818,63.$$

Para el período 2 será

$$(221.818,63 + 220.875,00)/(1+CPC_3) = (221.818,63 + 220.875,00)/(1+14,1\%) = 387.957,75$$

y así para los demás años.

Hay que recordar que los valores 14,2% y 14,1%, etcétera, no están calculados desde el comienzo porque dependen del valor de la firma que se va a calcular. En este caso en la hoja de cálculo se crea una circularidad. Esta se resuelve permitiendo que la hoja de cálculo haga las suficientes iteraciones, para que el cálculo quede bien hecho. Se recomienda que la última operación aritmética que se haga sea la suma de la contribución de la deuda y el patrimonio al CPC.

Con los valores del CPC para cada período se calcula ahora el valor presente del flujo y el valor presente neto VPN.

Tabla A5. Cálculo del VPN

Año	0	1	2	3	4
Valor presente del flujo	611.056,56	151.361,31	154.161,64	152.441,17	153.092,43
VPN	111.056,56				

<sup>14</sup> Como MM dicen que el  $\rho$  es constante independientemente de la estructura de capital, también será igual a  $\rho$  cuando la deuda sea cero. Este  $\rho$  es el CPC antes de impuestos, que es la condición para la cual es válida la primera proposición de MM.

Tabla A6. Cálculo del valor y del VPA (APV) con  $\rho$

Año	0	1	2	3	4
Pagos de interés		42.000,00	27.300,00	8.400,00	4.200,00
Ahorros en impuestos AI (Tax shield) T <sub>xi</sub>		14.700,00	9.555,00	2.940,00	1.470,00
VPN ajustado (APV)					
VP(FCL a $\rho$ )	584.816,11				
VP(AI a $\rho$ )	24.046,12				
VP(FCL a $\rho$ ) + VP(AI a $\rho$ )	608.862,22				
VPNA	108.862,22				

Obsérvese los resultados diferentes a que se ha llegado con los diferentes supuestos en cuanto al valor total de la firma.

Desde el punto de vista de valoración de la firma, su valor se calcula con el valor presente del flujo de caja libre menos la deuda en 0. Este valor se puede calcular también con el flujo de caja del accionista, igual a

$$FCA = FCL + AI - \text{Flujo de caja de la deuda antes de impuestos FCD} \quad (13)$$

Tabla A7. Cálculo del valor del patrimonio con el FCA

Año	0	1	2	3	4
FCA		12.075,00	9.255,00	177.915,00	213.169,45
VP de los FCA		9.948,10	6.494,57	107.865,76	111.748,13
VP(FCA a $e$ )	236.056,56				

Cuando se calcula el valor presente del FCA a la tasa  $e$ , se obtiene el mismo valor de la firma si se calcula a partir del valor total obtenido como el valor presente del FCL descontado al CPC. Esto es,  $611.056,56 - 375.000 = 236,056.56$ . Si se utiliza el VPA, el resultado es diferente.

## **Apéndice B**

### Lista de símbolos

$\rho$	La rentabilidad exigida por el accionista cuando la firma no está endeudada.
$d$	El costo de la deuda (que se supone constante)
$D$	El valor de la deuda
$e_n$	El costo del patrimonio cuando la firma está endeudada en el año $n$
$P$	El valor del patrimonio.
$w$	El costo promedio de capital, CPC
$\psi_n$ (psi)	La tasa de descuento apropiada para los ahorros en impuestos en el año $n$

### **Deducción del CPC para un flujo de caja libre (FCL) finito en el tiempo**

En este apéndice deducimos la formula tradicional para el CPC cuando el FCL no es una perpetuidad. Considere una serie finita de flujos donde  $FCL(i)$  es el FCL del año  $i$ . De igual manera,  $FCA(i)$  es el flujo de caja del accionista en el año  $i$ ,  $FCD(i)$  es el flujo de caja de la deuda en el año  $i$  y  $AI(i)$  es el ahorro en impuestos del año  $i$ , basado en el costo de la deuda del año  $i-1$ .

Para cualquier año  $i$ , el flujo de caja de capital CCF por sus siglas en inglés es la suma del FCL y del AI.

$$CCF(i) = FCL(i) + AI(i) \quad (B1)$$

Así mismo, para cualquier año  $i$ , el CCF es igual a la suma del flujo del accionista más el flujo de la deuda.

$$CCF(i) = FCA(i) + FCD(i) \quad (B2)$$

Al combinar las ecuaciones B1 y B2 se obtiene,

$$FCL(i) + AI(i) = FCA(i) + FCD(i) \quad (B3)$$

### **Costos e impuestos**

La rentabilidad del patrimonio sin deuda ( $\rho$ ) en el año  $i$  es  $\rho_i$ , el costo del patrimonio cuando hay deuda en el año  $i$  es  $e_i$ , el costo de la deuda en el año  $i$  es  $d_i$  y la tasa de descuento para el ahorro en impuestos en el año  $i$  es  $\psi_i$ . Suponemos sólo impuestos para la firma, únicamente a una tasa  $\tau$ . Más aun, la suponemos constante. Si la deuda es libre de riesgo, el costo de la deuda es igual a la tasa libre de riesgo,  $r_f$ .

### **Endeudamiento y riesgo del ahorro en impuestos**

En relación con el endeudamiento podemos suponer dos cosas. Si el monto de la deuda es fijo, entonces el monto del ahorro en impuestos se conoce. Por otro lado, si se supone que el ahorro en impuestos siempre se obtiene y se conoce con certeza, entonces la tasa de descuento es la tasa del costo de la deuda, la tasa libre de riesgo,  $r_f$ .

### **Un mundo de M & M**

El valor de la firma sin deuda en el año  $i$  es  $V^{Sd}(i)$ , el valor de la firma con deuda  $i$  es  $V^D(i)$ , el valor del patrimonio (con endeudamiento) en el año  $i$  es  $P^D(i)$ , el valor de la deuda en el año  $i$  es  $V^D(i)$  y el valor del ahorro en impuestos en el año  $i$  es  $V^{AI}(i)$ .

En un mercado de capitales perfecto en un mundo de M & M, hacemos los siguientes supuestos. En cualquier año  $i$ , el valor de la firma

con deuda es igual a la suma del valor de la firma sin deuda más el valor del ahorro en impuestos.

$$V^D(i) = V^{Sd}(i) + V^{AI}(i) \quad (B4)$$

También, en cualquier año  $i$ , el valor de la firma con deuda es igual a la suma del valor del patrimonio más el valor de la deuda.

$$V^D(i) = P^D(i) + D(i) \quad (B5)$$

Al combinar las ecuaciones B4 y B5, se obtiene,

$$V^{Sd}(i) + V^{AI}(i) = P^D(i) + D(i) \quad (B6)$$

Las expresiones para el valor sin deuda, el valor del patrimonio, el valor de la deuda y el valor del ahorro en impuestos se indican abajo. En cualquier año  $i-1$ , el valor de la firma es igual al valor presente de los flujos de caja futuros descontados a la tasa de descuento apropiada.

$$V^{Sd}(i-1) = FCL(i) / (1 + \rho_i) \quad (B7.1)$$

$$P^D(i-1) = FCA(i) / (1 + e_i) \quad (B7.2)$$

$$D(i-1) = FCD(i) / (1 + d_i) \quad (B7.3)$$

$$V^{AI}(i-1) = AI(i) / (1 + \psi_i) \quad (B7.4)$$

Al sustituir las ecuaciones B7.1 a B7.4 en la ecuación B3, se obtiene,

$$\begin{aligned} (1 + \rho_i) * V^{Sd}(i-1) + (1 + \psi_i) * V^{AI}(i-1) \\ = (1 + e_i) * P^D(i-1) + (1 + d_i) * D(i-1) \end{aligned} \quad (B8.1)$$

Sustituyendo B6 en B8.1 y simplificando, obtenemos,

$$\rho_i * V^{Sd}(i-1) + \psi_i * V^{Al}(i-1) = e_i * P^D(i-1) + d_i * D(i-1) \quad (B8.2)$$

### **El costo promedio de capital CPC con FCL**

Sea  $w_i$  el CPC en el año  $i$  basado en el FCL( $i$ ). Entonces en el año  $i-1$ , el valor de la firma es igual al FCL del año  $i$  descontado a  $w_i$ .

$$V^D(i-1) = FCL(i) / (1 + w_i) \quad (B9.1)$$

Reescribiendo B9.1, se obtiene que

$$FCL(i) = (1 + w_i) * V^D(i-1) \quad (B9.2)$$

De B3, sabemos que

$$FCL(i) = FCA(i) + FCD(i) - AI(i) \quad (B10)$$

Sustituyendo B9.2, y B7.2 a B7.4 en B10, obtenemos,

$$\begin{aligned} (1 + w_i) * V^D(i-1) &= (1 + e_i) * P^D(i-1) + (1 + d_i) * D(i-1) \\ &\quad - (1 + \psi_i) * V^{Al}(i-1) \end{aligned} \quad (B11)$$

Simplificando B11.1 se tiene,

$$\begin{aligned} V^D(i-1) + w_i * V^D(i-1) &= e_i * P^D(i-1) + d_i * D(i-1) - (1 + \psi_i) * V^{Al}(i-1) \\ &\quad + P^D(i-1) + D(i-1) \end{aligned} \quad (B12.1)$$

$$w_i * V^D(i-1) = e_i * P^D(i-1) + d_i * D(i-1) - (1 + \psi_i) * V^{Al}(i-1) \quad (B12.2)$$

Sabemos que el ahorro en impuestos en el año  $i$  es igual a la tasa de impuestos  $\tau$  multiplicada por el costo de la deuda por el valor de la deuda al final de año anterior,  $i-1$ .

$$AI(i) = \tau * d_i * D(i-1) \quad (B13)$$

Sustituyendo B7.4 y B13 en B12.2, obtenemos la fórmula tradicional del CPC.

$$w_i * V^D(i-1) = e_i * P^D(i-1) + d_i * D(i-1) - \tau * d_i * D(i-1) \quad (B14.1)$$

$$w_i = P^D(i-1) * e_i / V^D(i-1) + D(i-1) * d_i * (1 - \tau) / V^D(i-1) \quad (B14.2)$$

Esta es la ecuación (1) en el texto. La única diferencia es que se ha reemplazado  $P^D(i-1) * e_i / V^D(i-1)$  por  $P\%$  y a  $D(i-1) / V^D(i-1)$  por  $D\%$ .

El CPC es un promedio ponderado del costo del patrimonio y del costo de la deuda, donde el costo de la deuda se ajusta con el factor  $(1 - \tau)$  y las ponderaciones son los valores de Mercado del patrimonio y de la deuda, como porcentajes del valor de mercado total.



## **Apéndice C**

Lista de símbolos

- $\rho$  La rentabilidad exigida por el accionista cuando la firma no está endeudada  
 $d$  El costo de la deuda (que se supone constante)  
 $D$  El valor de la deuda  
 $e_n$  El costo del patrimonio cuando la firma está endeudada en el año  $n$   
 $P^D$  El valor del patrimonio.  
 $\psi_n$  La tasa de descuento apropiada para los ahorros en impuestos en el año  $n$

### **Deducción de $e$ para el caso de una perpetuidad**

$$V^{AI} = \tau * d * D / \psi \quad (C1a)$$

$$\psi * V^{AI} = \tau * d * D \quad (C1b)$$

$$V^{SD} = FCL / \rho \quad (C2a)$$

$$V^{SD} * \rho = FCL \quad (C2b)$$

$$P^D = Z / e \quad (C3a)$$

$$P^D * e = Z = FCL - d * D + \tau * d * D \quad (C3b)$$

$$P^D * e = V^{SD} * \rho - d * D + \psi * V^{AI} \quad (C4a)$$

$$P^D * e = [V^D - V^{AI}] \rho - d * D + \psi * V^{AI} \quad (C4b)$$

$$e * P^D = \rho * P^D + (\rho - d) * D - (\rho - \psi) * V^{AI} \quad (C4c)$$

$$e = \rho + (\rho - d) * D / P^D - (\rho - \psi) * V^{AI} / P^D \quad (C4d)$$

Caso 1

Suponga  $\psi = d$

$$e = \rho + (\rho - d) * D / P^D - (\rho - d) \tau D / P^D \quad (C4e)$$

Reorganizando términos,

$$e = \rho + (\rho - d)(1 - \tau)D / P^D \quad (C4f)$$

Esta ecuación C4f es la ecuación (2) en el texto. La derivación de esta fórmula para horizontes finitos resulta en una expresión diferente para cada período.

Caso 2

Suponga  $\psi = \rho$

$$e = \rho + (\rho - d) * D / P^D \quad (C4g)$$

Esta es la ecuación (7) del texto. La derivación de e para horizontes finitos resulta en la misma ecuación C4g.